

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ГЕОМЕХАНИКИ**

В настоящей работе рассматривается задача распространения волн в слоистом полупространстве с полостью, лежащей на упругом основании при воздействии динамической нагрузки со стороны дневной поверхности над полостью.

Для решения поставленной задачи применяем метод «распада разрыва» С.К. Годунова.

Рассмотрим распространения волн в упруго-вязкопластическом полупространстве с полостью, лежащей на упругом основании расположенной на глубине  $M_G = 50dy$ . Полость с размерами:  $n_1 = 198dx$ ,  $n_2 = 202dx$ ,  $m_1 = 10dy$ ,  $m_2 = 16dy$ , находится на расстоянии  $h = 10dy$  от дневной поверхности при начальных и граничных условиях:  $v = tBe^{-At}$ ,  $u = 0$ ,  $y = 0$ ,  $t \geq 0$ ,  $n_1 \leq x \leq n_2$ .

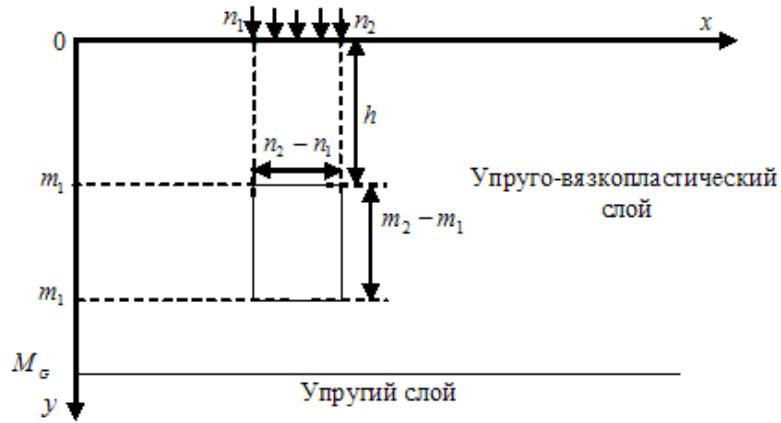


Рис 1. Модель упруго-вязкопластического слоя с полостью, лежащей на упругом основании

Состояния упруго-вязкопластического слоя описывается уравнением:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2\mu} \dot{s}_{ij} + \frac{1}{2K} \dot{s} \delta_{ij} + \eta [\Phi(F)] \left( \alpha \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} \right), \tag{1}$$

где  $\alpha$  - параметр характеризующий скорость расширения грунта.

Объемная деформация упруго-вязкопластической среды:

$$\dot{\varepsilon}_{ii} = \frac{1}{3k} \dot{\delta}_{ii} + 3\alpha\eta \langle \Phi(F) \rangle. \tag{2}$$

Уравнения упругого основания имеет следующий вид:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}. \tag{3}$$

Основные уравнения упруго-вязкопластической среды в безразмерном виде:

$$\begin{cases}
r_{12} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y}; \\
r_{12} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x}; \\
\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} = a_{12} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{\partial v}{\partial y} + \Phi_1 \right\}; \\
\frac{\partial \sigma_y}{\partial t} = a_{12} \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} + \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{\partial u}{\partial x} + \Phi_2 \right\}; \\
\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} = a_{12} \left\{ \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{\partial u}{\partial x} + \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{\partial v}{\partial y} + \Phi_3 \right\}; \\
\frac{\partial \tau}{\partial t} = a_{12} \left\{ \frac{1}{\gamma_1^2} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\gamma_1^2} \frac{\partial v}{\partial x} + \Phi_4 \right\},
\end{cases} \quad (4)$$

где

$$\begin{cases}
\Phi_1 = -\frac{1}{\gamma_1^2} \eta \langle \Phi(F) \rangle \left[ (3\gamma_1^2 - 4)\alpha + \frac{(2\sigma_x - \sigma_y - \sigma_z)}{3\sqrt{J_2}} \right], \Phi_2 = -\frac{1}{\gamma_1^2} \eta \langle \Phi(F) \rangle \left[ (3\gamma_1^2 - 4)\alpha + \frac{(2\sigma_y - \sigma_x - \sigma_z)}{3\sqrt{J_2}} \right], \\
\Phi_3 = -\frac{1}{\gamma_1^2} \eta \langle \Phi(F) \rangle \left[ (3\gamma_1^2 - 4)\alpha + \frac{(2\sigma_z - \sigma_x - \sigma_y)}{3\sqrt{J_2}} \right], \Phi_4 = -\frac{1}{\gamma_1^2} \eta \langle \Phi(F) \rangle \frac{\tau}{\sqrt{J_2}}.
\end{cases}$$

Конечно-разностные система уравнений упруго-вязкопластической среды:

$$\begin{cases}
r_{12} \frac{u^{n,m} - u_{n,m}}{\Delta t} = \frac{(\sigma_x)_{n_2} - (\sigma_x)_{n_1}}{\Delta x} + \frac{\tau_{m_2} - \tau_{m_1}}{\Delta y}; \\
r_{12} \frac{v^{n,m} - v_{n,m}}{\Delta t} = \frac{(\sigma_y)_{m_2} - (\sigma_y)_{m_1}}{\Delta y} + \frac{\tau_{n_2} - \tau_{n_1}}{\Delta x}; \\
\frac{(\sigma_x)^{n,m} - (\sigma_x)_{nm}}{\Delta t} = a_{12} \left\{ \frac{u_{n_2} - u_{n_1}}{\Delta x} + \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{v_{m_2} - v_{m_1}}{\Delta y} + \Phi_{1n,m} \right\}; \\
\frac{(\sigma_y)^{n,m} - (\sigma_y)_{nm}}{\Delta t} = a_{12} \left\{ \frac{v_{m_2} - v_{m_1}}{\Delta y} + \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{u_{n_2} - u_{n_1}}{\Delta x} + \Phi_{2n,m} \right\}; \\
\frac{(\sigma_z)^{n,m} - (\sigma_z)_{nm}}{\Delta t} = a_{12} \left\{ \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{u_{n_2} - u_{n_1}}{\Delta x} + \left(1 - \frac{2}{\gamma_1^2}\right) \frac{v_{m_2} - v_{m_1}}{\Delta y} + \Phi_{3n,m} \right\}; \\
\frac{\tau^{n,m} - \tau_{n,m}}{\Delta t} = a_{12} \left\{ \frac{1}{\gamma_1^2} \frac{u_{m_2} - u_{m_1}}{\Delta y} + \frac{1}{\gamma_1^2} \frac{v_{n_2} - v_{n_1}}{\Delta x} + \Phi_{4n,m} \right\}.
\end{cases} \quad (5)$$

Для упругой среды конечно-разностные системы уравнений имеет вид [16,17]:

$$\begin{cases}
\frac{u^{n,m} - u_{n,m}}{\Delta t} = \frac{\sigma_{x_{n_2}} - \sigma_{x_{n_1}}}{\Delta x} + \frac{\tau_{m_2} - \tau_{m_1}}{\Delta y}; \\
\frac{v^{n,m} - v_{n,m}}{\Delta t} = \frac{\sigma_{y_{m_2}} - \sigma_{y_{m_1}}}{\Delta y} + \frac{\tau_{n_2} - \tau_{n_1}}{\Delta x}; \\
\frac{\sigma_x^{n,m} - \sigma_{x_{nm}}}{\Delta t} = \frac{u_{n_2} - u_{n_1}}{\Delta x} + \left(1 - \frac{2}{\gamma^2}\right) \frac{v_{m_2} - v_{m_1}}{\Delta y}; \\
\frac{\sigma_y^{n,m} - \sigma_{y_{nm}}}{\Delta t} = \frac{v_{m_2} - v_{m_1}}{\Delta y} + \left(1 - \frac{2}{\gamma^2}\right) \frac{u_{n_2} - u_{n_1}}{\Delta x}; \\
\frac{\tau^{n,m} - \tau_{n,m}}{\Delta t} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{u_{m_2} - u_{m_1}}{\Delta y} + \frac{1}{\gamma^2} \frac{v_{n_2} - v_{n_1}}{\Delta x}.
\end{cases} \quad (6)$$

Ниже приведены основные результаты напряженно-деформируемого состояния вокруг полости упруго-вязкопластического слоя и на границе слоя упругим основанием при

приведенных исходных данных: упруго-вязкопластическая среда – суглинок:  $\rho = 1.8 \text{ г/см}^3$ ;  $b_0 = 200 \text{ м/с}$ ;  $a_0 = 320 \text{ м/с}$ ;  $k_0 = 0.62 \text{ кГ/см}^2$ ;  $\eta = 350 \text{ с}^{-1}$ ;  $\alpha = -0.02$ ;  $\gamma = a_0/b_0 = 1.6.$ , упругая среда – гранит:  $\rho = 2.67 \text{ г/см}^3$ ;  $a_0 = 5440 \text{ м/с}$ ;  $b_0 = 3050 \text{ м/с}$ ;  $\gamma = a_0/b_0 = 1.7836$ ;  $k_0 = 1020 \text{ кГ/см}^2$

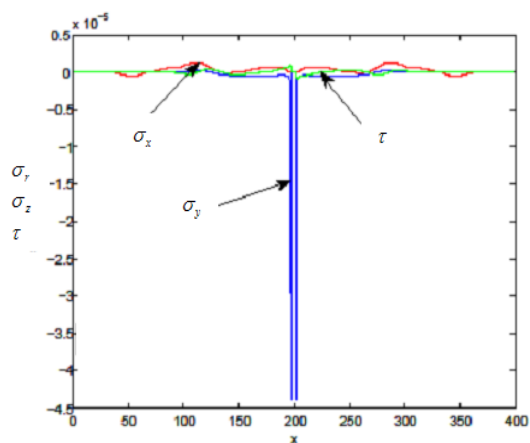


Рисунок 2. Нормальные и касательные напряжений в зависимости от координат и времени при  $x = 1dx - 400dx$ ,  $y = 5dy$ ,  $t = 295 dt$

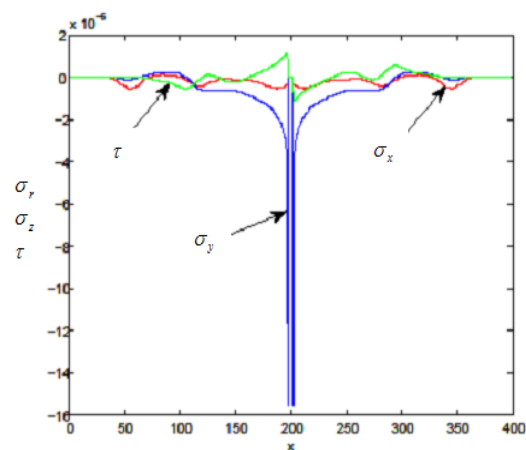


Рисунок 3. Нормальные и касательные напряжений в зависимости от координат и времени при  $x = 1dx - 400dx$ ,  $y = 30dy$ ,  $t = 295 dt$

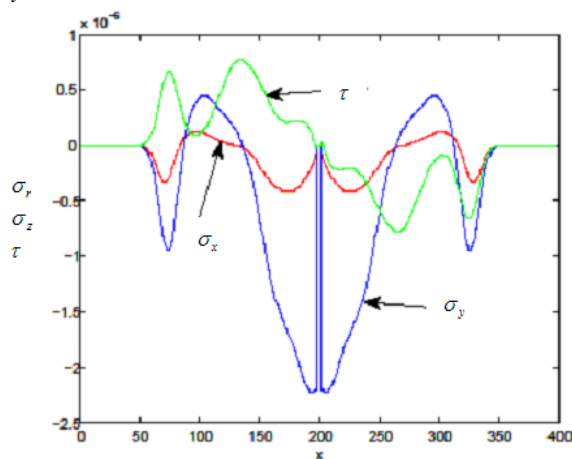


Рисунок 4. Нормальные и касательные напряжений в зависимости от координат и времени при  $x = 1dx - 400dx$ ,  $y = 75dy$ ,  $t = 295 dt$

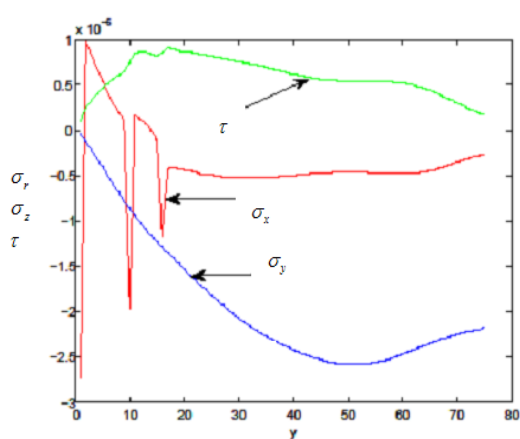


Рисунок 5. Нормальные и касательные напряжений в зависимости от координат и времени при  $x = 190dx$ ,  $y = 1dy - 100dy$ ,  $t = 295 dt$

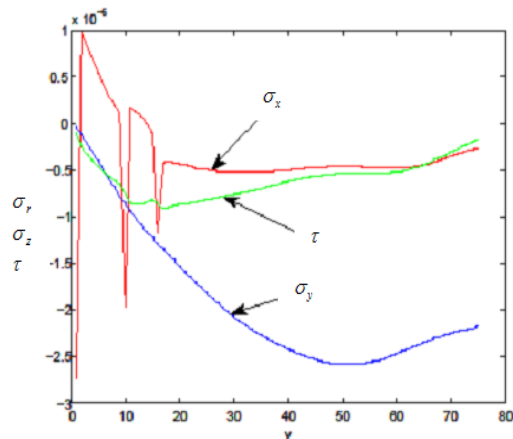


Рисунок 6. Нормальные и касательные напряжений в зависимости от координат и времени при  $x = 210dx$ ,  $y = 1dy - 75dy$ ,  $t = 295 dt$

Полученные результаты решений можно использовать при проектировании и оценке наземных и подземных сооружений, а также при разработке месторождений полезных ископаемых.